E115 分解法による円盤型燃料電池システムの運転条件最適化

(奈良先端大)○(学)若原 達朗*・(正)野田 賢・(正)西谷 紘一

1. はじめに

図 1 に示す多数の円盤状の電池膜が積層された円盤型 SOFC（Solid Oxide Fuel Cell）システムの最適運転条件導出問題は，温度分布に関する制約条件を持つ大規模な非線形計画問題として定式化される．本発表では，この最適化問題に対して我々の提案した分解法[1]を適用し，その有効性を検証した．

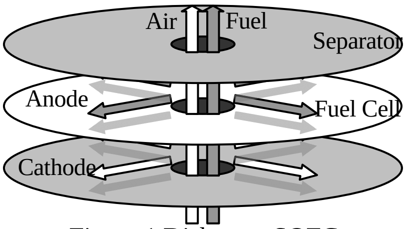

Figure 1 Disk-type SOFC

2. 円盤型 SOFC システムの運転条件最適化問題

SOFC の電池膜はセラミックス製であるため，装置内に大きな温度差が生じると電池膜が破損する恐れがある．電池膜の温度分布を表現するため，図 2 に示すようにセルを多数の仮想的な同心円状のコンパートメントから構成されるモデルとした．それぞれのコンパートメントは，内部の温度やガス組成が均一の CSTR モデルとする．

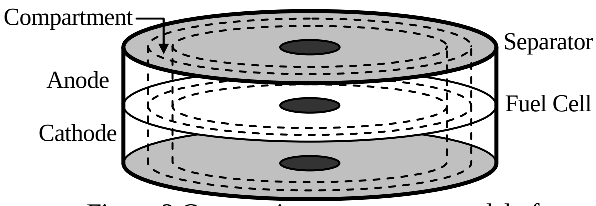

Figure 2 Concentric compartment model of Disk-type SOFC

円盤型燃料電池システムの定格運転条件最適化問題は，SOFC モデル式（制約条件），SOFC 発電出力に関する制約条件，温度等に関する運転上の制約条件のもとでメタン燃料流量を最小化する問題としてとらえることができる．具体的な定式化はつぎのようになる．

$$\begin{array}{lll} P_0: & \text{minimize} & f(\mathbf{x})+\mathbf{c}(\mathbf{x})^T\mathbf{y} \\ & \text{subject to} & \mathbf{p}(\mathbf{x})+\mathbf{A}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}\le\mathbf{0} \\ & & \mathbf{q}(\mathbf{x})+\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}=\mathbf{0} \\ & & \mathbf{g}(\mathbf{x})\le\mathbf{0} \\ & & \mathbf{h}(\mathbf{x})=\mathbf{0} \end{array}$$

ここで，$\mathbf{x}$ は非線形変数ベクトル，$\mathbf{y}$ は線形変数ベクトル，f は $\mathbf{x}$ について二回連続的微分可能な関数，$\mathbf{c}$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{g}$, $\mathbf{h}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ は適当な次元の行列やベクトルで，その要素もまた $\mathbf{x}$ について二回連続的微分可能な関数とする．

この問題は，大規模な非線形計画問題となるが，評価関数や制約式は多くの最適化変数に対して線形という構造上の特徴を持つため，分解法により効率的に最適解が求まることが期待される．

3. 分解法

P_0 の代わりにつぎの近似問題 P^*_0 を解く．

$$\begin{array}{lll} P^*_0: & \text{minimize} & f(\mathbf{x})+\mathbf{c}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}^2+\frac{\varepsilon}{2}\|\mathbf{y}\|^2+\frac{M}{2}(\|\mathbf{z}\|^2+\|\mathbf{w}\|^2) \\ & \text{subject to} & \mathbf{p}(\mathbf{x})+\mathbf{A}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}-\mathbf{z}\le\mathbf{0} \\ & & \mathbf{q}(\mathbf{x})+\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}-\mathbf{w}=\mathbf{0} \\ & & \mathbf{g}(\mathbf{x})\le\mathbf{0} \\ & & \mathbf{h}(\mathbf{x})=\mathbf{0} \end{array}$$

$\|\cdot\|$はユークリッドノルムを表し，ε, M は正の定数，$\mathbf{z}$, $\mathbf{w}$ は変数ベクトルである．$\varepsilon\to0$, $M\to+\infty$のとき，ある仮定の下で P^*_0 の最適解は P_0 の最適解に収束する．

P^*_0 の $\mathbf{x}$ を一時的に固定すると，($\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$, $\mathbf{w}$)に関するつぎの二次計画問題 Q^*が得られる．

$$\begin{array}{lll} Q^*: & \text{minimize} & \mathbf{c}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}^2+\frac{\varepsilon}{2}\|\mathbf{y}\|^2+\frac{M}{2}(\|\mathbf{z}\|^2+\|\mathbf{w}\|^2) \\ & \text{subject to} & \mathbf{p}(\mathbf{x})+\mathbf{A}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}-\mathbf{z}\le\mathbf{0} \\ & & \mathbf{q}(\mathbf{x})+\mathbf{B}(\mathbf{x})^T\mathbf{y}-\mathbf{w}=\mathbf{0} \end{array}$$

ここで Q^*の最適値を$\phi(\mathbf{x};\varepsilon,M)$と表すと，$P^*_0$ はつぎのように書き換えられる．

$$\begin{array}{lll} P^*: & \text{minimize} & f(\mathbf{x})+\phi(\mathbf{x};\varepsilon,M) \\ & \text{subject to} & \mathbf{g}(\mathbf{x})\le\mathbf{0} \\ & & \mathbf{h}(\mathbf{x})=\mathbf{0} \end{array}$$

P_0 の変数が $\mathbf{x}$ および $\mathbf{y}$ であるのに対して，P^*は $\mathbf{x}$ のみである．$\mathbf{x}$ に比べて $\mathbf{y}$ の次元が非常に大きい問題では，P_0 に代えて P^*を解くことで，問題の規模を格段に小さくできる．また，$\phi(\mathbf{x};\varepsilon,M)$は，微分可能な関数であるため，$P^*$には様々な非線形計画ソルバーが適用できる．さらに感度分析の議論[3]から，勾配$\nabla_{\mathbf{x}}\phi(\mathbf{x};\varepsilon,M)$を解析的に求められる利点がある．

4. 数値実験

円盤型SOFCシステムの運転条件最適化問題に，分解法を適用し，分解法と非分解法の計算時間および解の精度を比較した．結果は，発表当日報告する．

5. まとめ

化学プロセスの最適化問題では，対象プロセス内部の状態分布を精密にモデル化しようとすると問題が大規模になる．一方，評価関数や制約式は，多くの最適化変数に対して線形となる場合が少なくない．このような化学プロセスの大規模非線形計画問題に対して，分解法が有効であることを確認した．

参考文献

[1] 若原ら，化学工学会第 41 回秋季大会講演要旨集，pp. 770 (2009)
[2] 上松，本間：燃料電池発電システムと熱計算，オーム社(2004)
[3] 福島：非線形最適化の基礎，朝倉書店(2001)

* tatsuro-w@is.naist.jp